

## ベクトル場を用いた画像解析 Color Image Analysis by a Vector fields

篠原 克幸  
K.SHINOHARA

結城 義徳  
Y.YUKI

南 敏  
T.MINAMI

工学院大学  
Kogakuin University

### Abstract

A color image can be defined by a function (vector field)  $F: V2 \rightarrow V3$  where  $V2$  is a 2-dimensional pixel coordinate space and  $V3$  is a 3-dimensional color space with  $r, g, b$  color signals transformed to CIE  $L^* a^* b^*$  uniform color space. The derivative of the vector field  $F(x)$  is characterized by the Jacobian matrix. The largest singular value of Jacobian matrix shows the vector gradient magnitude. In this paper we show that the detected edges obtained from the largest singular value are more accurate and finer than the edges obtained by the differential operator method. Where a color and its complement color collide on a boundary line, the direction of the projected vector to the  $(a^*, b^*)$  space reverses and the source or sink arises. Where two colors collide, only the luminance component of color signals grows larger. This means that the image is enhanced at that area.

### 1. まえがき

近年、絵画データベース検索システムなどにおいて、タイトルおよび著者による検索の他に直接絵画特徴からの検索問題が重要となっている。本論文は、カラー画像をベクトル場と考え解析することで特徴抽出を試みる。カラー画像は2次元の画素平面に数次元の色ベクトルが定義されているベクトル場として考えることができる。そこで、RGB信号をCIEの、 $L^* a^* b^*$ 均等色空間に変換し、カラー画像を画素平面 $V2$ から $V3$ へのベクトル場 ( $F: V2 \rightarrow V3$ ) として考えると、画像の特徴についてベクトル場の立場から考察することが可能となる。

ベクトル場 $F$ の微分はJacobian行列によって特徴づけられる。本論文では、エッジ付近でのベクトル場の変化を、Jacobian行列の最大特異値とそれに対応する特異ベクトルにより考察する。また、均等色ベクトルの色彩成分のみに注目するため、ベクトル場 $F$ を  $(a^*, b^*)$  上へ射影したベクトル場 $C$ を考える。このベクトル場を速度ベクトル場と考えれば、色ベクトル場に流れる、スカラーポテンシャル、ベクトルポテンシャルなどを定義することができる。それにより、色彩成分の回転、発散、ヘルムホルツの定理によるベクトル場の分解などが考察できる。更に、ベクトル場 $C$ 上の色彩ベクトルを数種類にクラスタリング

グレ、ベクトル量子化すれば、カラー画像を色彩成分でラベリングできることを示す。

また、描色関係にある色を衝突させると、その場所では、減法混色の場合は黒色で、加法混色の場合は白色になり、画像強調がなされることを示す。

### 2. ベクトル場の定義

カラー画像における、色の表現法は種々あるが、色を表す要素が、①色相の様に循環的であったり、属性として不連続であったりする要素を持たないこと、②要素が各々独立で相関がないこと、③要素からなる空間が均等な歩度（座標間のユークリッド距離が色の差と比例する）をもつこと、が望ましいことから、 $L^* a^* b^*$ 均等色を使用する。カラー画像の画素位置を座標  $(x, y)$  で、色ベクトルの要素を  $(L^*, a^*, b^*)$  とする。この時、画素平面 $V2$ に対し、3次元の色ベクトルを対応させる関数 $F$ を考えると、 $F$ は  $V2 \rightarrow V3$ へのベクトル場となる。

図1は  $L^*, a^*, b^*$  の大きさを画像化した画像およびこれらの信号によるベクトル場の例である。(a)は明度指数  $L^*$  であり、(b)および(c)はクロマティクネス指数  $a^*, b^*$ 、(d)はベクトル場の例である。

$$p = (\partial L^*/\partial x)^2 + (\partial a^*/\partial x)^2 + (\partial b^*/\partial x)^2 \quad \dots (2)$$

$$q = (\partial L^*/\partial y)^2 + (\partial a^*/\partial y)^2 + (\partial b^*/\partial y)^2 \quad \dots (3)$$

$$t = (\partial L^*/\partial x)(\partial L^*/\partial y) + (\partial a^*/\partial x)(\partial a^*/\partial y) + (\partial b^*/\partial x)(\partial b^*/\partial y) \quad \dots (4)$$

とすると、

$$D^T D = \begin{bmatrix} p & t \\ t & q \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

となり、行列  $D$  の最大特異値  $\mu_{\max}$  は、

$$\mu_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2}(p+q+\sqrt{(p+q)^2 - 4(pq-t^2)})} \quad \dots (6)$$

となる。

これに対応する特異ベクトル  $u_{\max}$  は、

$$(a) [t, \mu_{\max}-p]^T$$

$$(b) [\mu_{\max}-q, t]^T \quad (t=0 \text{ でかつ } \lambda=p \text{ の時}) \quad \dots (7)$$

となる。

図2は、最大特異値を各画素毎に計算し、これを画像化したものと、Prewittの微分オペレータの出力を比較したものである。共にエッジを表しているが、(a)の最大特異値によるエッジ抽出は雑音に対する耐性が優れていることが分かる【文献1参照】。

図3は、雑音に対する耐性を調べるために、各  $R$ 、 $G$ 、 $B$  にランダム粒子雑音（平均混度値127に対し、約30dB程度の雑音）を付加し、これを均等色空間に変換し、ベクトル場を作り、これに対するJacobian微分行列の最大特異値および輝度信号  $L^*$  に対するPrewittのオペレータの出力分布を比較したものである。

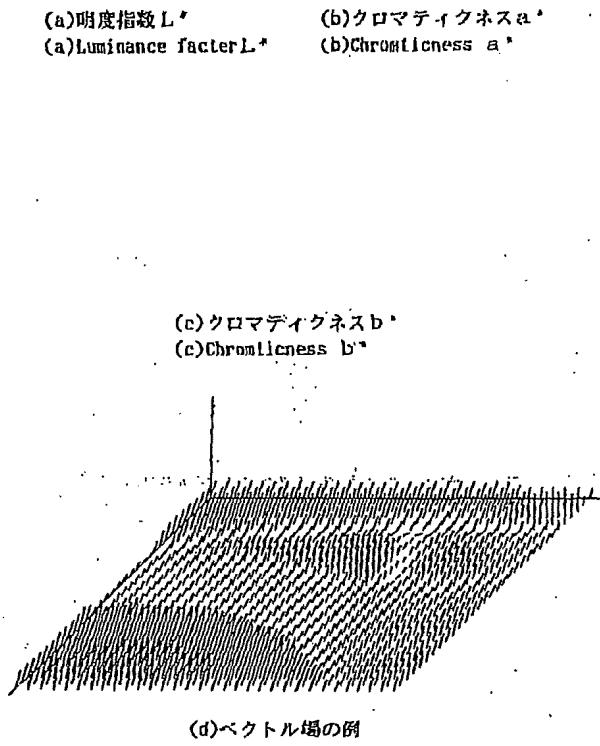


図1. 明度指数  $L^*$ 、クロマティクネス指数  $a^*$ 、 $b^*$  およびベクトル場の例

Fig. 1 Luminance factor  $L^*$ , chromaticness  $a^*$ ,  $b^*$  and an example of vector fields.

$x \in V2$ ,  $w \in V3$ ,  $x = (x, y)$ ,  $v = (L^*, a^*, b^*)$  とすれば、ベクトル場  $F$  の微分は、

$F(x+\alpha) = F(x) + [F'(x)](\alpha) + \epsilon(\alpha)$  ( $\alpha \rightarrow 0$  で,  $\epsilon \rightarrow 0$ ) から、 Jacobian行列

$$F'(x) = D(x) = \begin{bmatrix} \partial L^*/\partial x & \partial L^*/\partial y \\ \partial a^*/\partial x & \partial a^*/\partial y \\ \partial b^*/\partial x & \partial b^*/\partial y \end{bmatrix} \quad \dots (1)$$

によって特徴づけられる。

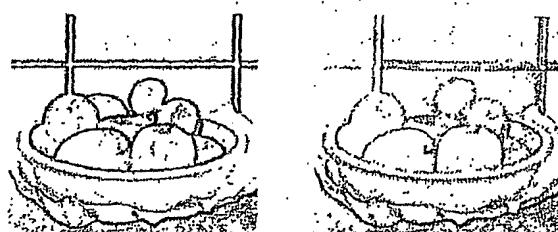


図2 エッジ画像の比較  
Fig. 2 Comparison of edge images

図3の(a)はランダム雑音画像の混度値分布、(b)は雑音に対するPrewittのオペレータの出力を点線で、更にJacobian微分行列の最大特異値の分布を実線で示したものである。

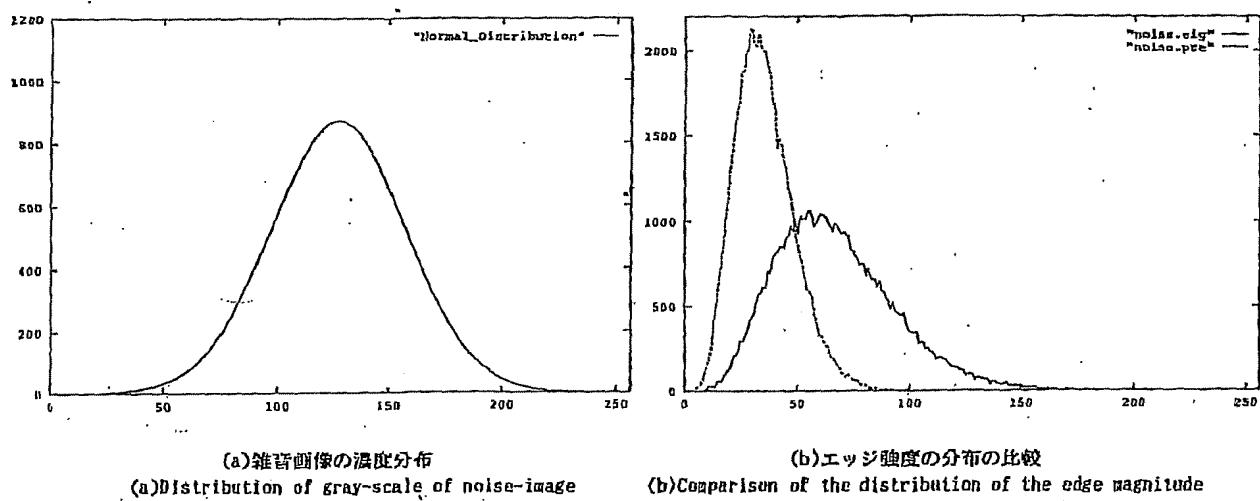


図3 雑音に対する耐性の比較  
Fig.3 Comparison of the tolerance for the noise

Prewittのオペレータの出力は約0~50の範囲に分布している。これは、濃度値の僅かな変化も微分値として取り出していることを示している。これに比べ、最大特異値の分布は、ピークを50付近にもち、0~200程度まで分布している。これは、大きな微分値のみ抽出していることを示している。これら微分画像の比較から、最大特異値によるエッジ抽出が雑音に対して耐性があることがわかる。

### 3. クラスタリングによるベクトル場のラベリング

$V3$ の色ベクトルを $(a^*, b^*)$ 平面に射影する。このベクトルを $v_p$ とする。 $(a^*, b^*)$ 平面を $C2$ とし、 $F_p: V2 \rightarrow C2$ なる関数を考えると、 $F_p$ は画素座標から色彩要素のみからなる平面へのベクトル場となる。このベクトル場を数種類の同様色に $k$ ~平均クラスタリング法により、ラベル付けすることを考える。

クラスタリングは、量子化の場合と異なるので、初期クラスタ中心は、①から④により求めた。

① $a^*, b^*$ 値に関する3次元ヒストグラムを $10 \times 10$ のブロックに分割し、各ブロック毎の累積頻度を求める。

②累積頻度が高い上位8個のブロックを選び出す。

③選び出されたブロック内で、最大頻度を持つ $a^*, b^*$ 値を初期クラスタ中心とする。

④クラスタリングの終了条件は、 $k$ 回目でのクラスタ中心をそれぞれ $\mu_{ak}, \mu_{bk}$ 、また $k-1$ 回目でのクラスタ中心を $\mu_{a(k-1)},$

$\mu_{b(k-1)}$ とした時、

$\|\mu_{ak} - \mu_{a(k-1)}\| < 0.01$  and.  $\|\mu_{bk} - \mu_{b(k-1)}\| < 0.01$ をアルゴリズムの終了条件とした。

図4は、図1の画像の $a^*, b^*$ の分布を示したもので、表1はこの分布に対して8カテゴリーにクラスタリングした時のクラスター中心で、図5は、 $a^*, b^*$ の分布にクラスター中心を重ねた図である。この図から、分布に対しクラスター中心の妥当性が分かる。図6は、このクラスター中心により画像をラベル化した結果で、個々の果物、籠、テーブルがベクトル的に近い色により識別できる。

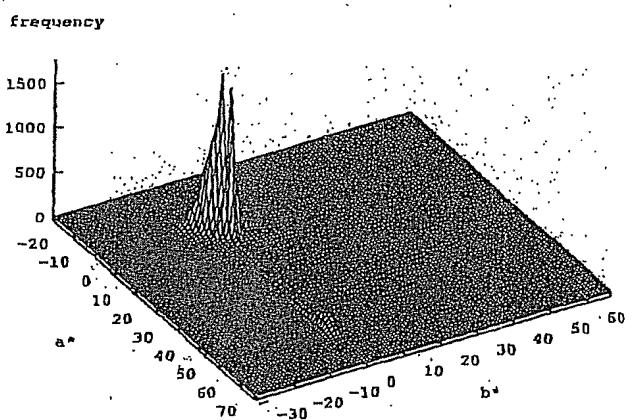


図4  $(a^*, b^*)$  の分布例  
Fig.4 An example of the distribution of  $(a^*, b^*)$

表1. ベクトル場を8カテゴリーに分類した時のクラスタ中心

Clustering centers when the color vector field is clustered into the 8-categories.

Number of categories	Clustering centers (a*, b*)
1	(-0.20, 0.02)
2	(-1.20, 40.70)
3	(-3.30, -6.45)
4	(2.60, 29.83)
5	(8.58, 2.79)
6	(8.36, 15.90)
7	(37.86, 23.44)
8	(20.67, 37.26)

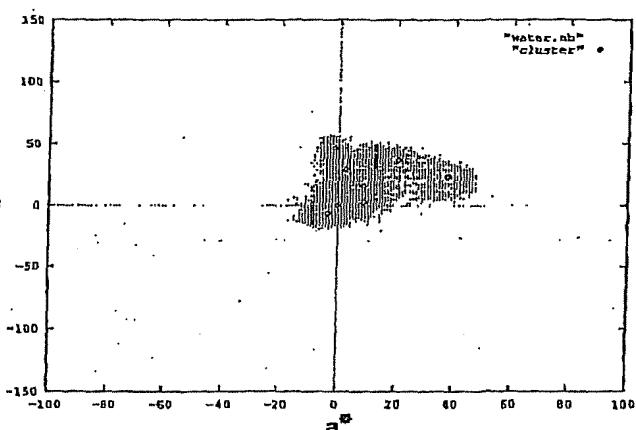


図5 クラスター中心の分布

Fig.5 Distribution of clustering centers

(a) 8カテゴリーにクラス  
タリングした例  
An example of clustering  
with 8-categories

(b) 16カテゴリーにクラス  
タリングした例  
An example of clustering  
with 16-categories

図6 色彩ベクトル場のクラスタリングによる画像のラベリング例  
Fig.6 An example of image labelings by the clustering  
of chromaticness vector field

#### 4. 色彩ベクトル場における

##### ■■■■■

色彩ベクトル場をある流体の速度場、 $\gamma(t)$ をこの速度場の流線、およびベクトル場内のある点 $p$ におけるベクトルを $v_p$ とすれば、短時間では、ベクトル場内に置かれた質点は、ベクトル $v_p$ の方向に $\parallel v_p \parallel$ に比例した距離を進むことができる。したがって流線 $\gamma(t)$ は、以下の①②の処理を繰り返す事で得られる。この流線は、色の流れを示している。

①  $v_p = (a^*, b^*)$  とする。

②  $\kappa$ を比例定数としてベクトル $v_p$ の方向に $\kappa \parallel v_p \parallel$ 進んだ点を $p+1$ とし、この点のベクトル $v_{p+1}$ をベクトル $v_p$ に接続する。

ベクトル解析[2]から、流線 $\gamma(t)$ の各点での方向は、その点でのベクトル場 $v_p(t)$ の方向と同じであるから、

$$d\gamma(t)/dt = v_p(\gamma(t)) \quad \cdots(8)$$

が成り立つ。これは、 $\gamma(t)$ に関する微分方程式である。

この方程式は、一般には解くのが難しい。そこで、ある点 $p_0$ と、近くの点 $p$ が $\gamma(t)$ に沿って流れて行く時、点 $p_0$ と点 $p$ の相対的位置の変化を考える。

点 $p_0$ と点 $p$ を結ぶベクトルを $A0$ 、 $t$ 時間後に点 $p_0$ が点 $p_0$ に、点 $p$ が $p_1$ に移ったとした時、 $p_0$ と $p_1$ を結んだベクトルを $A(t)$ とする。

$x = (x, y)$ とし、 $\kappa$ が十分小さいとすると、

$$A(t) = (E + t(\partial v_p / \partial x)) A0 \quad \cdots(9)$$

$$\partial v_p / \partial x = \begin{bmatrix} \partial a^* / \partial x & \partial a^* / \partial y \\ \partial b^* / \partial x & \partial b^* / \partial y \end{bmatrix} \quad \cdots(10)$$

となる。線形変換 $(E + t(\partial v_p / \partial x))(A0)$ を

$$D = 1/2 ((\partial v_p / \partial x)(A0)) + t(\partial v_p / \partial x)(A0) \quad \cdots(11)$$

$$R = 1/2 ((\partial v_p / \partial x)(A0)) - t(\partial v_p / \partial x)(A0) \quad \cdots(12)$$

と置くと、

$$A(t) = (E + t(D + R)) A0 = (E + tD) \cdot (E + tR) + O(t^2) \quad \cdots(13)$$

と分解できる。Dは対称行列でDの固有値を $\lambda_1, \lambda_2$ とすると、

$$E + t D = \begin{bmatrix} 1+t\lambda_1 & 0 \\ 0 & 1+t\lambda_2 \end{bmatrix} \quad \dots(14)$$

となり、 $D$ の固有値 $\lambda_i$  ( $i=1, 2$ ) の方向に  $(1+t\lambda_i)$  倍されている。したがって、 $(E + t D)$  は  $A(t)$  の膨張 (発散) を表している ( $\text{div } v_p$  は  $|D|$  の定数倍になる)。

また、

$$R = (1/2) \Omega$$

$$= (1/2) \cdot \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \quad \dots(15)$$

とすると、 $\Omega A(t) = (\text{cule } v_p) \times A(t)$  となるから、

$$(E + t R) A(t) = A(t) + t/2 (\text{cule } v_p) \times A(t) \quad \dots(16)$$

となる。したがって、線形変換  $(E + t R)$  はベクトル  $A(t)$  を、ベクトル  $\text{cule } v_p = \omega = (\partial a^*/\partial x - \partial b^*/\partial y)$  に (ここでは  $t$  は  $z$  軸) とし、回転角  $\pm t \cdot \| \text{cule } v_p \|$  (角速度は  $\pm \| \text{cule } v_p \|$ ) で反時計方向に回転させることを示している。

これらのことから、ベクトル  $A(t)$  は  $t$  時間に回転と膨張とを繰り返しながら  $A(t)$  になる。したがって、ほとんど同一色の領域および色ベクトルが同一方向に平行に変化している領域、即ち、管状ベクトル場の領域では、 $A(t) = A(t)$  で、 $D = \text{div } v_p = 0$  となっている。このような領域では、 $v_p = \text{cule } v_p$  を満たすベクトルボテンシャル  $w_p$  が存在する。 $D=0$  以外の領域でのベクトル場の発散の様子は、 $D$  の特異値分解を考えると、 $D$  の最大特異値によって特徴付けられる。

行列  $R = 0$  となっている領域では、色ベクトルは放射上に広がり、 $v_p = \text{grad } f$  を満たすスカラー関数 (ボテンシャル)  $f$  が存在し、 $f = \text{const.}$  によって作られる曲線群は、等高線、等圧線のような層状になっている。この領域では同じような色が層のように広がる短冊状に広がっている。したがって、この領域では、 $f = \text{const.}$  の曲線群の各曲線上で、色がある周期でうねるように変化し、定数 =  $\text{const.}$  の大小により、周期が変化している状態になっている。

ベクトル場  $v_p$  はヘルムホルツの定理により、スカラーボテンシャル  $\varphi$  とベクトルボテンシャル  $w_p$  により、

$$v_p = \text{grad } \varphi + \text{cule } w_p \quad \dots(17)$$

と分解して考えることができる (詳しい考察は次回以降の研究報告に譲る)。

## 5. 単純な色混色への応用について

境界線上で二つの色ベクトルが衝突すると、お互いに補色関係にある色が衝突した場合、そこでは混色の結果彩度が消え、明るさ成分のみが残る。したがって、絵の具のような加法混色の場合には、灰褐色になり、光のような減法混色の場合には、白くなる。絵画の手法に「色彩の同時対照」がある。これは、人の視覚混色 (目の網膜上で混色する) により、ある色は、その周囲にその色の「補色」を感じさせることを利用したもので、例えば、赤い点があると、赤の補色 (赤の補色は絵の具の3原色 (赤、黄、青) で赤を除いた、黄色と青色を混ぜた色) の緑色が周囲に感じる。これを利用すると、赤と緑を並置することにより、赤の補色 (緑) が隣接する緑を補強して、単独に緑の点を置くより鈍やかになることが知られている。緑の樹葉の輝きを増すためにその中に赤の反転を置く、また、青の影を出すため、橙色の斑点を置く等などの絵画手法が知られている。したがって、絵画ではエッジを必ずしも明確にせず、背景と柔らかに融合させることにより立体感を表現している。また、エッジは二つの物体の境界線であるから、二つの物体はエッジを境に二つの領域に分離される。ところがレンズプレートは一つの物体の境界線を他の物体の領域内に描き、後にもとに戻すこと、近くで見るとがっかりさせられるが、離れてみると、驚くほど真に迫って感じさせる効果を挙げている。

ベクトル場を用いた画像の解析結果の、上述のような画像強調、エッジ強調への応用を検討中である。

## 6. まとめ

カラー画像を均等色空間の信号でベクトル場を構成し、ベクトル場の微分および色彩要素のみで構成したベクトル場で流線によりベクトル場の定性的性質について考察した。微分行列の最大特異値によるエッジ抽出を行い、輝度信号に対するPrewittの微分オペレータによるエッジ強度、および雑音に対する耐性について比較した。また、ランダム雑音画像に対し、最大特異値によるエッジ強度とPrewittのオペレータによるエッジ強度の分布を求める雑音に対する耐性を確認した。色彩要素から構成したベクトル場について、色の流れを追跡することでベクトル場の発散、回転を特徴付ける行列  $D$  および  $R$  について述べた。

色彩要素からなるベクトル場をベクトル量子化の手法を用いて、ラベリングした結果、画像中の物体を識別できることをシミュレーションで示した。最後に、色の衝突と画像強調の関係について、絵画の手法を通して述べた。

今後、さらに、ベクトル場の性質を調べる事により、より高次の画像特徴の抽出および画像処理の手法を考える。

#### 7. 参考文献

- 1) Hsien Che Lee: "Detecting Boundaries in a Vector Field", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol.39, No.5, pp.1181~1194. (1991, May)
- 2) 丹羽: "ベクトル解析ー場の量の解析ー", 朝倉書店 (1991)
- 3) 篠原, 南: "L\*a\*b\*均等色空間におけるカラーエッジ抽出法", テレビジョン学会技術報告, Vol. 15, No. 29, pp.19~24(1991)
- 4) 日本色彩学会編: "新編色彩科学ハンドブック", 東京大 学出版会